

1. ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS



Suponemos conocidas las propiedades de la función

$$\cos: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{y} \quad \arccos: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}.$$

Recuerde el siguiente resultado.

TEOREMA 1.

Sean $x \in \mathbb{R}$ y $y \in [-1, 1]$. Se tiene que si

$$y = \cos(x),$$

entonces

$$x = \arccos(y) + 2k\pi \quad \text{o} \quad x = -\arccos(y) + 2k\pi$$

con $k \in \mathbb{Z}$.

EJERCICIO 1. Resolver la ecuación

$$1 = 4 \cos\left(\frac{x}{3}\right).$$

Solución. Tomemos la ecuación y dividamos entre 4, obtenemos la expresión equivalente:

$$\frac{1}{4} = \cos\left(\frac{x}{3}\right),$$

con lo cual, las soluciones son

a) $\frac{x}{3} = \arccos\left(\frac{1}{4}\right) + 2k\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$; o

b) $\frac{x}{3} = -\arccos\left(\frac{1}{4}\right) + 2k\pi$, con $k \in \mathbb{Z}$.

Así, la solución de la ecuación es

$$x = 3 \arccos\left(\frac{1}{4}\right) + 6k\pi \quad \text{o} \quad x = -3 \arccos\left(\frac{1}{4}\right) + 6k\pi. \quad \square$$